

STACK y el error constructivo: una apuesta por la autonomía matemática

Díaz Sosa, Mayra Lorena

mayra.diaz@comunidad.unam.mx

Diego Mantecón, José Manuel

josemanuel.diego@unican.es

Facultad de Estudios Superiores Acatlán y Facultad de Ciencias
Universidad Nacional Autónoma de México y Universidad de Cantabria

Resumen

STACK es una herramienta digital que replantea el papel del error en la enseñanza de las matemáticas. A partir de una experiencia de formación docente en la UNAM, se analiza su potencial para fomentar el aprendizaje autorregulado y la retroalimentación formativa. Se destacan sus posibilidades técnicas y pedagógicas para diseñar reactivos que promuevan la reflexión, la autonomía y la experimentación en el aula.

Palabras clave

Enseñanza de las matemáticas, tecnología digital, aprendizaje autorregulado, estrategias didácticas, evaluación formativa.

Introducción

La era digital se caracteriza por una creciente demanda de innovación tecnológica. En el contexto educativo, y en particular en el aprendizaje de las matemáticas, se hace latente la necesidad de repensar no solo los recursos tecnológicos incorporados en el aula, sino también el sentido pedagógico con el que se utilizan. Este trabajo presenta a STACK (*System for Teaching and Assessment using a Computer algebra Kernel*) como una herramienta con potencial para mejorar la enseñanza de las matemáticas, al permitir revalorar el error como parte inherente y constructiva del proceso de aprendizaje.

Los resultados de este trabajo surgen del diseño e implementación de un curso de capacitación docente sobre evaluación automatizada con STACK. La experiencia se desarrolló con un grupo de docentes en formación continua de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán de la UNAM, durante el periodo 2025-2. La implementación se centró en la creación de tareas matemáticas (reactivos) en STACK y en la experimentación de su funcionamiento, con el objetivo de que los participantes aprendieran tanto aspectos técnicos del diseño como las posibilidades que ofrece esta herramienta para fomentar la reflexión a partir del error, la formulación de hipótesis y la revisión continua de estrategias. La experimentación se basó en un enfoque socioconstructivista, con énfasis en el aprendizaje autorregulado y en la retroalimentación formativa.

En este artículo se describe qué es STACK y cómo permite al usuario interactuar activamente con problemas matemáticos, recibir retroalimentación inmediata y revisar sus procesos de pensamiento. Posteriormente, se brindan los fundamentos pedagógicos que sustentan el uso de STACK para concebir el error como una oportunidad de aprendizaje en la enseñanza de matemáticas. Finalmente, se comparten reflexiones derivadas de la experiencia, que destacan el potencial de esta herramienta para promover la autonomía, la experimentación y la confianza en los procesos matemáticos del alumnado.

Desarrollo

STACK

STACK es un sistema de Evaluación Asistida por Computadora (CAA, por sus siglas en inglés) para matemáticas, libre y gratuito (Sangwin & Grove, 2006). Es una extensión de la plataforma Moodle que permite la creación de tareas matemáticas procedimentales automatizadas, con retroalimentación adaptativa. Actualmente, se utiliza en cerca de 2,050 sitios (Moodle, s.f.). Esta extensión cuenta con más de treinta tests prediseñados, pertinentes para el manejo de conceptos y procedimientos algebraicos, de teoría de conjuntos, lógica proposicional, cálculo diferencial e integral, álgebra lineal, análisis y métodos numéricos, entre otras ramas de las matemáticas (Lowe et al., 2019). STACK también posee funcionalidades de programación, de manera que el profesor

puede crear sus propios tests y procedimientos según los requerimientos de la asignatura. Además, permite crear ejercicios y problemas matemáticos contextualizados para despertar el interés y la motivación de los estudiantes mediante la vinculación entre teoría y práctica.

La idea principal de STACK es que los estudiantes ingresen respuestas matemáticas, ya sean numéricas o simbólicas, a través de un cuestionario en Moodle, las cuales son procesadas y evaluadas por el Sistema de Álgebra Computacional Maxima (s.f.). Existen tres características que distinguen a STACK: (1) la aleatorización de los datos de una tarea matemática, (2) la verificación de respuestas y (3) su evaluación. (1) La aleatorización permite generar múltiples variantes de una misma pregunta (o un mismo reactivo), al poder variarse los datos sin alterar la estructura del reactivo original, lo que prolonga su vida útil. Además, contribuye a prevenir el fraude en evaluaciones en línea (Yanuschik et al., 2022; Genc, 2020), ya que cada estudiante recibe una versión única del reactivo en cuestión. (2) STACK permite además verificar las respuestas que emiten los estudiantes en el Ambiente Virtual de Aprendizaje antes de enviarse, evitando errores técnicos o de escritura (Sangwin & Grove, 2006). (3) Una vez enviada la respuesta, esta es evaluada de diferentes formas. Es posible realizar tanto una evaluación sumativa, con el propósito de emitir una calificación, como una evaluación formativa, orientada a ayudar al estudiante a identificar errores o a recordar conceptos y propiedades que lo guíen hacia la solución. Esta retroalimentación formativa puede ser adaptada por el profesor, a través de árboles de decisión, dependiendo de sus objetivos docentes y de las características de su alumnado (Lowe & Mestel, 2020). Este tipo de retroalimentación va más allá de marcar las respuestas como correctas o incorrectas, ya que permite identificar el error cometido y ofrecer orientación inmediata y específica para su corrección, permitiendo al estudiante avanzar a su propio ritmo (Juma et al., 2022). Esto es especialmente útil en contextos de autoaprendizaje o disrupción educativa, como durante la pandemia de COVID-19, cuando el confinamiento obligó a implementar la enseñanza remota (Yanuschik et al., 2022)

Aprendizaje Autorregulado

El aprendizaje autorregulado es un “proceso activo, constructivo en el que el estudiante fija metas para su aprendizaje y luego intenta monitorear, regular y controlar su cognición, motivación y comportamiento, guiado y limitado por esas metas, así como por las características del entorno” (Pintrich, 2000, p. 453). En este sentido, la investigación sobre el aprendizaje de las matemáticas se ha abordado principalmente desde dos perspectivas en las que el error constituye un factor determinante en el proceso de autorregulación: el modelo de Zimmerman y la teoría de resolución de problemas de Schoenfeld (De Corte et al., 2011). El modelo de Zimmerman (2000), aplicable a cualquier disciplina, identifica tres fases del aprendizaje autorregulado: planificación, desempeño y autorreflexión. En la planificación, los estudiantes establecen metas y diseñan estrategias; en la fase de desempeño, ejecutan esas estrategias mientras monitorean su eficacia y ajustan sus acciones

según sea necesario; en la autorreflexión, evalúan los resultados y analizan las estrategias utilizadas, lo que retroalimenta el proceso y permite reiniciar el ciclo con mejoras. Por su parte, la teoría de resolución de problemas de Schoenfeld (1985) identifica cuatro habilidades secuenciales para abordar problemas matemáticos: construir una representación de la tarea, planear una estrategia, monitorear y regular el proceso, y evaluar y reflexionar. El estudiante debe primero interpretar y comprender el problema en función de sus componentes y restricciones para después traducirlo a una forma de representación (ej., notación, expresiones matemáticas, gráficas, o esquemas). Luego, ha de diseñar un plan de acción que oriente la solución, eligiendo los métodos o técnicas más adecuados. Durante la resolución, debe verificar que avanza en la dirección correcta y ajustar su enfoque según sea necesario. Finalmente, debe evaluar el proceso, los resultados obtenidos, y reflexionar sobre lo aprendido, con el fin de aplicar ese conocimiento en situaciones futuras. Ambos enfoques guardan un fuerte y notorio paralelismo en lo que respecta a los procesos metacognitivos (De Corte et al., 2011), en los que el error cumple un papel constructivo al redirigir el aprendizaje y en donde STACK cobra especial relevancia para lograr que el alumno se convierta en un aprendiz autónomo.

Beneficios de STACK en el Aprendizaje Autorregulado

STACK puede favorecer el desarrollo de habilidades de planificación, monitoreo y reflexión, definidas en el aprendizaje autorregulado de Zimmerman. Por ejemplo, al presentar preguntas con distintos niveles de dificultad y que requieren diversos métodos de resolución, los estudiantes deben seleccionar estrategias adecuadas para abordar cada tarea, lo que fortalece su capacidad de planificación. La retroalimentación inmediata, detallada y personalizada permite a los estudiantes ajustar su planteamiento, identificar sus errores y corregirlos en el momento, lo que estimula el desarrollo de habilidades metacognitivas en la fase de desempeño. Además, STACK puede ofrecer pistas, sugerencias o explicaciones que ayudan al estudiante a evaluar la efectividad de sus estrategias y a identificar áreas de mejora, fomentando así la autorreflexión. De forma similar, STACK también se alinea con la teoría de resolución de problemas de Schoenfeld. Las preguntas pueden diseñarse para que los estudiantes interpreten problemas en diversos contextos y mediante distintas formas de representación, como fórmulas, gráficos o esquemas. Asimismo, los mecanismos algorítmicos y simbólicos pueden apoyar la selección y ejecución de estrategias matemáticas, permitiendo a los estudiantes explorar múltiples enfoques y fortalecer su capacidad de planificación. La retroalimentación interactiva refuerza el monitoreo y la regulación del aprendizaje, al permitir observar cómo sus decisiones afectan los resultados. Por ejemplo, si se comete un error, el sistema puede señalarlo directamente o plantear preguntas orientadoras, lo que abre la posibilidad a un ciclo continuo de prueba y ajuste. Los estudiantes pueden revisar tanto las soluciones correctas como los procedimientos esperados, reflexionar sobre la cercanía de sus métodos a las estrategias óptimas y evaluar críticamente su aprendizaje.

Objetivo del Estudio y Muestra

El objetivo principal del curso fue que los docentes participantes aprendieran a usar STACK, pero también que identificaran el valor formativo del error en el aprendizaje matemático y experimentaran el potencial de esta herramienta. Para ello, con la orientación del grupo de investigación *Open STEAM Group: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de contextos innovadores y de tecnología* de la Universidad de Cantabria, se diseñaron actividades centradas en la construcción de reactivos con condiciones de evaluación que detectaran errores comunes, promovieran el replanteamiento de estrategias de solución y ofrecieran comentarios orientativos antes de otorgar una calificación final. Se abordaron tanto aspectos técnicos como pedagógicos de STACK en el marco de una capacitación de cuarenta horas dirigida a docentes de matemáticas en ejercicio, egresados de la Especialización en Tecnología Digital para la Enseñanza de Matemáticas (TEDiEM) de la UNAM, con formación profesional en ingeniería, matemáticas y física. La muestra del curso estuvo compuesta por docentes en los niveles medio superior y superior de instituciones públicas y privadas, que impartían asignaturas diversas, entre ellas geometría analítica, ecuaciones diferenciales, matemáticas financieras, así como cálculo diferencial e integral. Esta diversidad disciplinar aportó distintas perspectivas y enfoques didácticos al desarrollo del curso.

Intervención

Las sesiones fueron impartidas bajo una modalidad en línea con espacios de apoyo sincrónico, y tuvieron como eje la exploración y diseño de reactivos matemáticos con STACK. La secuencia didáctica incluyó exploración guiada de STACK, análisis de ejemplos previamente diseñados y elaboración de propuestas propias. La formadora se centró en reconducir el error como parte del proceso constructivo del conocimiento, mediante el uso de preguntas abiertas orientadas a fomentar el análisis crítico del procedimiento seguido, la evaluación de la validez de los resultados obtenidos y la identificación de posibles estrategias alternativas de resolución. Estas intervenciones promovieron la formulación de hipótesis por parte de los docentes participantes, así como el contraste de ideas entre pares y la incorporación de sugerencias en la retroalimentación de los reactivos.

Conclusiones

Los docentes advirtieron el potencial tecno-pedagógico de STACK y replantearon el error como un recurso para la mejora didáctica. Particularmente, analizaron el papel del error constructivo a través de la retroalimentación, consolidándose la idea de que esta herramienta puede fomentar el aprendizaje autorregulado y la autonomía de los usuarios. Por ejemplo, una de las participantes diseñó un reactivo que pedía al estudiante reducir una ecuación cuadrática general a su forma canónica. En lugar de presentar el problema como un ejercicio tradicional de opción múltiple, optó por desglosarlo en cada uno de los pasos necesarios para llegar a la solución. En cada uno de ellos,

la retroalimentación específica indicaba información útil para corregir los errores más comunes. Como muestra la Figura A, la docente se centró en mediar procesos cognitivos complejos, más que en transmitir respuestas correctas. Este diseño verificó el proceso de pensamiento paso a paso, pero también brindó múltiples oportunidades informadas para revisar el razonamiento previo y realizar los ajustes necesarios.

Consideramos que la experiencia presentada es valiosa porque no solo fortaleció las competencias técnicas y pedagógicas de los docentes participantes, sino que también preparó el terreno para propiciar un ambiente en el aula donde el error pueda ser comprendido como una oportunidad constructiva para aprender, así como para facilitar la reflexión, la experimentación y la formulación de hipótesis durante la resolución de problemas matemáticos mediada por STACK. A su vez, los docentes pueden asumir un rol de guía y promover una cultura del error constructivo que enriquezca tanto la comprensión conceptual como el pensamiento crítico.

A partir de las oportunidades de mejora identificadas durante esta experiencia, se pretende maximizar el impacto educativo del curso y continuar con su impartición para llegar a más docentes de la UNAM, capacitarles en el uso de STACK y hacer que conozcan sus bondades pedagógicas para poder aplicarlo con sus alumnos. La exploración de la implementación directa de STACK en contextos de aula reales con estudiantes activos, así como la evaluación sistemática del impacto de la herramienta en el aprendizaje y la motivación de los alumnos a través de evidencia empírica, se contemplan como parte de un trabajo futuro.

Agradecimientos

The project is co-funded by the European Union under the Erasmus+ Programme, No. 2021-1-DE01-KA220-HED-000032031. This publication reflects only the authors' view. The Commission is not responsible for any use that may be made of this publication.

Referencias bibliográficas

- De Corte, E., Mason, L., Depaepe, F., & Verschaffel, L. (2011). Self-regulation of mathematical knowledge and skills. *Handbook of self-regulation of learning and performance*, 155-172.
- Genc, Ö. (2020). STACK for mathematics in engineering: concepts and effects for teachers and students. En *Contributions to the 3rd International STACK Conference* (Vol. 2020).
- Juma, Z. O., Ayere, M. A., Oyengo, M. O., & Osang, G. (2022). Evaluating Engagement and Learning Based on a Student Categorization using STACK, Exam Data, Key Informant Interviews, and Focus Group Discussions. *Int. J. Emerg. Technol. Learn.*, 17(23), 103-114.
- Lowe, T.W., Sangwin, Ch. & Jones (2019). *Introducción a STACK*. <https://docs.stack-assessment.org/content/es/2019-STACK-Guide.pdf>
- Lowe, T. W., & Mestel, B. D. (2020). Using STACK to support student learning at masters level: a case study. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 39(2), 61-70.

Maxima. (s. f.). *Maxima, a computer algebra system*. <https://maxima.sourceforge.io>

Moodle. (s. f.). *Moodle plugins directory: STACK stats*. https://moodle.org/plugins/qtype_stack/stats

Pintrich, P.R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. En M. Boekaerts, P.R. Pintrich & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 451-502). San Diego, CA: Academic Press.

Sangwin, C. J., & Grove, M. (2006, Enero). STACK: addressing the needs of the neglected learners. En *Proceedings of the Web Advanced Learning Conference and Exhibition, WebALT* (pp. 81-96).

Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York, NY: Academic Press.

Yanuschik, O. V., Ustinova, I. G., Imas, O. N., Beliauskene, E. A., & Rozhkova, S. V. (2022, September). Transformer STACK Questions for Teaching Mathematics. En *Proceedings of the 6th International Conference on Digital Technology in Education* (pp. 415-420).

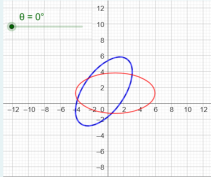
Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation: A social cognitive perspective. En: M. Boekarts, P.R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds), *Handbook of self-regulation* (pp. 13-39). San Diego, CA: Academic Press.

Anexos

Encuentra la forma reducida de la ecuación cuadrática $75x^2 - 70xy + 51y^2 + 180x - 188y - 464 = 0$.

$$\lambda_1 x^2 + 2D'x + \lambda_2 y^2 + 2E'y + F' = 0.$$

Asimismo, determina el vector \vec{u} de la rotación que elimina el término mixto y el ángulo asociado θ .



$\theta = 0^\circ$

$\lambda_1 = 100$ Incorrecto.
Parece que tomaste a λ_1 como la mayor raíz característica. Recuerda que la asignación debe ser tal que $\lambda_1 < \lambda_2$ para que la rotación sea levógira (en sentido contrario a las manecillas del reloj).

$D' = -208/74$ Parece que cometiste un error al calcular D' . Revisa que:

- D y E correspondan a la mitad de los términos lineales en x y y , respectivamente. Checa además los signos.
- \vec{u} esté bien calculado.

$\lambda_2 = 26$ Incorrecto.
Parece que tomaste a λ_2 como la mayor raíz característica. Recuerda que la asignación debe ser tal que $\lambda_1 < \lambda_2$ para que la rotación sea levógira (en sentido contrario a las manecillas del reloj).

$E' = (-1100/\text{sqrt}(74))$ Correcto.

$F' = 464$ Recuerda que $F' = F$.

$\vec{u} = [35.49]$ Incorrecto.
Parece que el vector \vec{u} tiene la dirección y el sentido correcto. Sin embargo, te olvidaste de hacerlo **unitario**. Recuerda que:

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}|} (-v_2, v_1).$$

$\theta = 0.95$ Parece que has calculado el resultado en radianes, pero el ejercicio requiere tu respuesta en grados. Para hacer la conversión, multiplica tu resultado por $180^\circ/\pi$.

TiP: Introduce tu respuesta a dos cifras decimales con redondeo.

Comprobar

Recuerda que formalmente, los pasos del proceso de reducción para eliminar el término mixto xy de la ecuación cuadrática general de segundo grado

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

son los siguientes:

1. Identificar A, B, C, D, E y F .
2. Plantear la ecuación $\lambda^2 - (A + C)\lambda - (B^2 - AC) = 0$.
3. Hallar las soluciones λ_1, λ_2 de la ecuación anterior, siendo $\lambda_1 < \lambda_2$.
4. Construir el vector $\vec{v} = (A - \lambda_1, B)$, para luego obtener un vector unitario \vec{u} ortogonal a \vec{v} .
5. Construir \vec{u}' (un vector ortogonal a \vec{u}).
6. Obtener $D' = \vec{u} \cdot (D, E)$ y $E' = \vec{u}' \cdot (D, E)$; hacer $F' = F$. Plantear la ecuación reducida $\lambda_1 x^2 + 2D'x + \lambda_2 y^2 + 2E'y + F' = 0$.
7. Completar trinomio cuadrados perfectos para obtener la ecuación cartesiana implícita de la cónica en cuestión.

Figura A. Ejemplo de reactivo elaborado con STACK. Fuente: Elaboración propia.